

Разред: III см Прва крагујевачка гимназија

Теме: примене особина граничне вредности низа, тачке нагомилавања низа, диференцне једначине, геометријски ред.

I група

23.02.2022.

Писмена вежба има 4 задатка.

Највећи број поена по сваком задатку је 25.

Време израде је 45 минута.

Презиме и име

ученика: _____ Одељење: _____

Број освојених поена: _____ Оцена: _____

Задаци

1. Одреди граничну вредност низа: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n - 4} - n \right)$;
б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 + 8 + 13 + \dots + (5n - 2)}{1 + 2 + 3 + \dots + n} \right)$.

2. Одредити $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ и $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако је
$$a_n = \frac{7^n + (-2)^n}{7^{n+1} + (-2)^{n+1}} + 3 \left(1 - \frac{1}{n} \right) + \sin^2 \frac{n\pi}{4}.$$

3. Решити диференцну једначину:
 $x_{n+2} = 3x_{n+1} + 10x_n, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 0, \quad x_1 = 7.$

4. Одредити услов за $x, x \in \mathbb{R}^+$, неопходан да дати геометријски ред
конвергира и одредити суму:

$$a_n = \frac{1 - \log_2 x}{\sqrt[n]{2}} + \frac{(1 - \log_2 x)^2}{\sqrt[n]{2}} + \frac{(1 - \log_2 x)^3}{\sqrt[n]{2}} + \dots + \frac{(1 - \log_2 x)^n}{\sqrt[n]{2}}.$$

Срећан
рад