Pismena vežba iz Analize sa Algebrom, I grupa

Milomir Stefanović

Oktobar 22, 2016

1.

$$z = \frac{(1+i)^{17}}{(\sqrt{3}-i)^9} \tag{1}$$

$$z = \frac{\left(\sqrt{2}cis(\frac{\pi}{4})\right)^{17}}{\left(2cis(\frac{-\pi}{6}\right)^9} \tag{2}$$

$$z = \frac{2^8\sqrt{2}cis(\frac{17\pi}{4})}{2^9cis(\frac{-9\pi}{6})} \tag{3}$$

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{17\pi \cdot 6 + 9\pi \cdot 4}{24}\right) \tag{4}$$

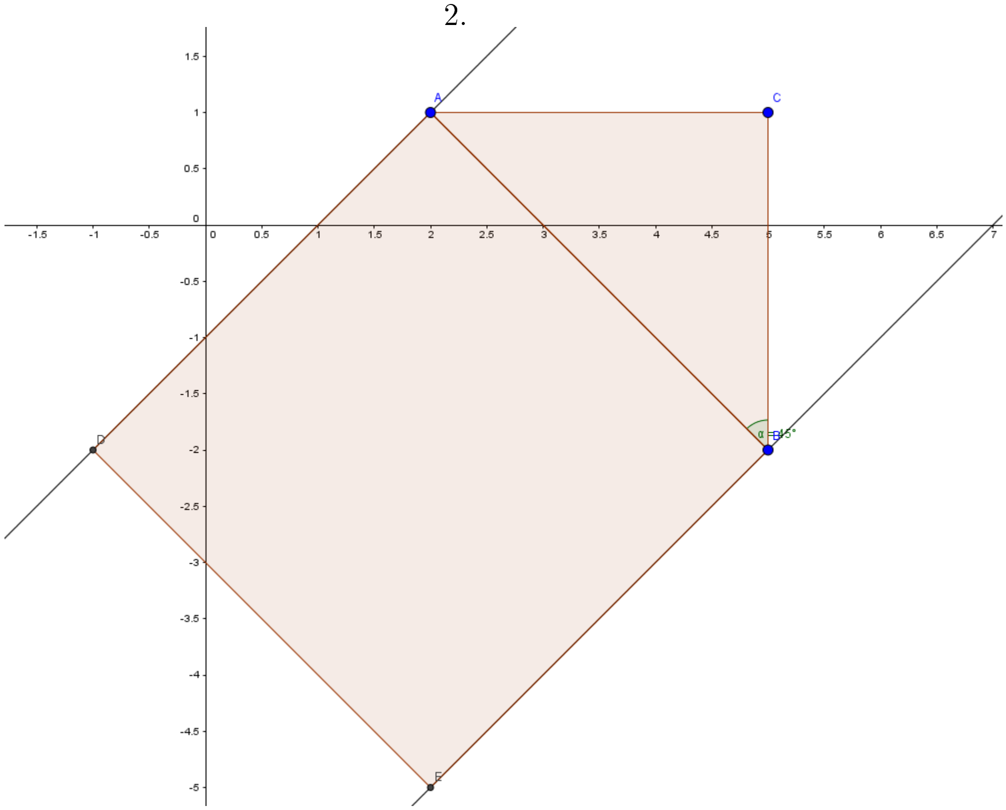
$$z = \frac{\sqrt{2}}{2}cis\left(\frac{23\pi}{4}\right) \tag{5}$$

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2}cis\left(-\frac{\pi}{4}\right) \tag{6}$$

Onda su osmi koreni broja z:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}cis\left(\frac{-\frac{\pi}{4}+2k\pi}{8}\right) \tag{7}$$

2.



$AM = BM = 3 \rightarrow \phi = 45$ Pošto je $\phi = 45$ onda tačka je na udaljenosti $3\sqrt{2}$ od B na pravoj p. To znači da je:

$$X_B - X_C = 3 \tag{1}$$

$$Y_B - Y_C = 3 \tag{2}$$

Te je $X_C = 2$ i $Y_C = -5$

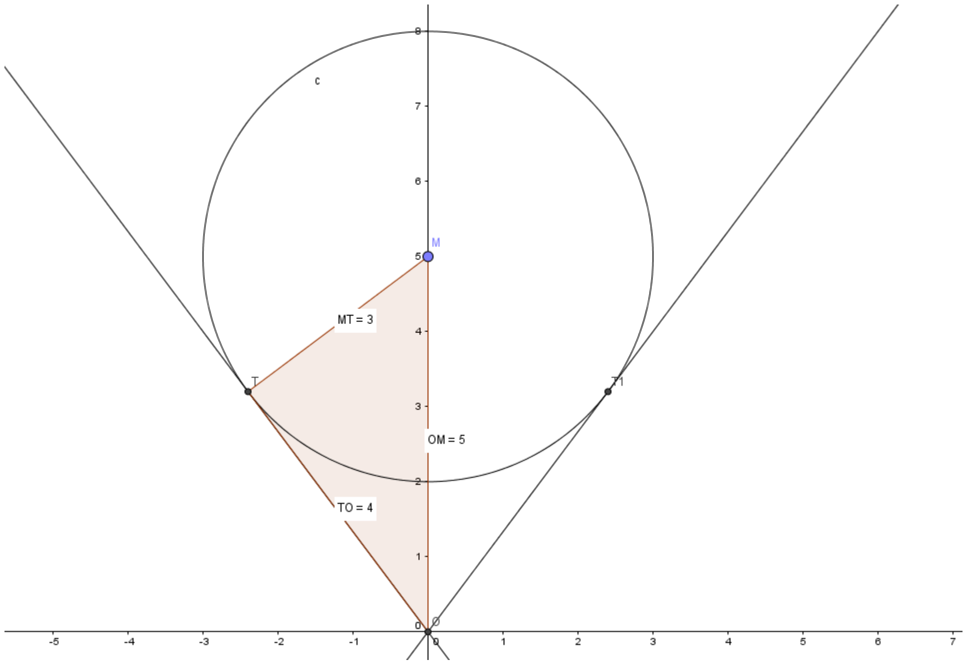
Isto važi za D u odnosu na A pa je

$$X_A - X_D = 3 \tag{3}$$

$$Y_A - Y_D = 3 \tag{4}$$

Te je $X_D = -1$ i $Y_D = -2$.
Rešenje je: $C(2, -5)$, $D(-1, -2)$
To odgovara kompleksnim brojevima $Z_C = 2 - 5i$ i $Z_D = -1 - 2i$

3.



Vrednost glavnog argumenta je najveća kada povučemo tangentu iz O na kružnicu sa centrom u M poluprečnika 3. Tada je glavni argument α a moduo OT. Kako je ugao OTM prav onda važi:

$$OM^2 = OT^2 + MT^2 \tag{1}$$

Iz toga sledi da je $OT = 4$ pa je $sin\alpha = \frac{3}{5}$ tj. $\alpha = arcsin(\frac{3}{5})$
Trazeni broj je onda u tačci T_1 i on iznosi $z = 4cis\left(\frac{\pi}{2} + arcsin(\frac{3}{5})\right)$

4.

$$z_0 = |z|cis(\alpha) \tag{1}$$

Broj z_5 je simetričan sa z_0 po X osi pa je on:

$$z_5 = a - bi \tag{2}$$

Broj z_4 je simetričan sa z_5 po Y osi pa je on:

$$z_4 = -a - bi \tag{3}$$

Realni deo broja z_2 je 0 a imaginarni deo b. To se može očitati sa slike i on iznosi:

$$z_2 = bi \tag{4}$$

Realni deo broja z_3 je $\frac{a}{2}$ a imaginarni deo 0. To se može očitati sa slike i on iznosi:

$$z_3 = \frac{a}{2} \tag{5}$$

Realni deo broja z_1 je $\frac{a}{2}$ a imaginarni deo 2b. Jer je simetrično u odnosu na dijagonalu. To se može videti i sa slike i on iznosi:

$$z_3 = \frac{a}{2} + 2bi \tag{6}$$

Ako z_4 rotiramo oko z_0 za $\frac{-\pi}{3}$ dobija se z_7

$$z_7 = (z_4 - z_0)cis\left(-\frac{\pi}{3}\right) + z_0 \tag{7}$$

Ako z_3 rotiramo oko z_0 za $\frac{\pi}{4}$ dobija se z_6

$$z_6 = (z_3 - z_0)cis\left(\frac{\pi}{4}\right) + z_0 \tag{8}$$