

АНАЛИЗА СА АЛГЕБРОМ

I разред

МАТЕМАТИЧКА ЛОГИКА И ТЕОРИЈА СКУПОВА

1. Истинитосна таблица

p	q	r	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$

одговара формули

- A)** $\neg q \wedge (p \vee r \Rightarrow p \wedge r)$. **Б)** $q \wedge (p \vee r \Rightarrow p \wedge r)$.
В) $\neg q \wedge \neg(p \vee r \Rightarrow p \wedge r)$. **Г)** $q \wedge \neg(p \vee r \Rightarrow p \wedge r)$.
Д) $\neg q \wedge (p \vee r \Rightarrow p \vee r)$. **Н)** Не знам

2. Дате су формуле: $(F_1) (p \wedge \neg q) \Rightarrow r$, $(F_2) p \Rightarrow (\neg q \Rightarrow r)$, $(F_3) p \Rightarrow (\neg r \Rightarrow q)$. Формули $(p \Rightarrow q) \vee r$ еквивалентна је

- A)** свака од формула (F_1) , (F_2) , (F_3) . **Б)** само формула (F_1) .
В) само формула (F_2) . **Г)** само формула (F_3) .
Д) ниједна од формула (F_1) , (F_2) , (F_3) . **Н)** Не знам

3. Дате су формуле:

- (I)** $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z) (3 \cdot x + y = 1)$;
(II) $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z) (3 \cdot y + x = 1)$;
(III) $(\forall x \in Q)(\forall y \in Q)(\exists z \in Q) (x < z < y)$;
(IV) $(\forall x \in Q)(\exists y \in Q) (x \cdot y = 1)$;
(V) $(\forall x \in Q)(\exists y \in Q) (x \cdot (x \cdot y - 1) = 0)$.

Које формуле су тачне?

- A)** Све. **Б)** (I), (II) и (III). **В)** (I), (III) и (V).
Г) (III), (IV) и (V). **Д)** (I) и (V). **Н)** Не знам

4. Формула $\neg(\forall x \in R) (x \leq 3 \wedge x > 2)$ еквивалентна је формули

- A)** $(\forall x \in R) \neg(x \leq 3 \wedge x > 2)$. **Б)** $(\exists x \in R) (x \leq 3 \vee x > 2)$.
В) $(\exists x \in R) (2 \leq x < 3)$. **Г)** $(\exists x \in R) (x \leq 2 \vee x > 3)$.
Д) $(\exists x \in R) (x \leq 3 \wedge x > 2)$. **Н)** Не знам

5. Скуп $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) \setminus \{\emptyset\}$ једнак је скупу

- А) $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Б) $\{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.
В) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Г) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.
Д) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Н) Не знам

6. За произвољне скупове A , B и C важи:

- (I) $(A \cup B) \setminus C = \emptyset \Leftrightarrow (A \subseteq C \wedge B \subseteq C)$;
(II) $(A \subseteq C \vee B \subseteq C) \Leftrightarrow A \cap B \subseteq C$;
(III) $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$;
(IV) $\mathcal{P}(A \triangle B) = \mathcal{P}(A) \triangle \mathcal{P}(B)$;
(V) $A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = B$.

Која тврђења су тачна?

- А) Сва. Б) (I), (II) и (III). В) (I), (III) и (IV).
Г) (I), (III) и (V). Д) (II) и (IV). Н) Не знам

7. Нека су A и B произвољни коначни скупови такви да је $|A| = m$ и $|B| = n$.

- (I) $|\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)| = 2^{m+n}$.
(II) $|\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)| = 2^m + 2^n$.
(III) Број функција скупа A у скуп B једнак је n^m .
(IV) Различитих бинарних релација које се могу дефинисати на скупу A има 2^{n^2} .
(V) $|A \cup B| = m + n$.

Која тврђења су тачна?

- А) (I), (II) и (IV). Б) (I), (II) и (III).
В) (I), (III) и (V). Г) (I), (III) и (IV).
Д) (III) и (IV). Н) Не знам

8. Нека је $X = \{1, 2, 3, 4\}$. На скупу $X \times X$ дефинисана је релација $\preceq$ на следећи начин:

$$(a, b) \preceq (c, d) \Leftrightarrow (a \neq c \wedge a \mid c) \vee (a = c \wedge b \mid d)$$

($\mid$ је релација дељивости). Колико у скупу $X \times X$ има парова (x, y) таквих да је $(x, y) \preceq (2, 3)$?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6 Н) Не знам

9. На скупу $\{-2, -\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}\}$ дефинисана је релација ρ на следећи начин:

$$a \rho b \Leftrightarrow a + b \in I$$

(I је скуп ирационалних бројева). Која од својстава: *рефлексивност*, *симетричност*, *транзитивност* има релација ρ на овом скупу?

- А) Ниједно. Б) Симетричност и транзитивност.
В) Само симетричност. Г) Само транзитивност.
Д) Сва три својства. Н) Не знам

10. На скупу $\{-2, -\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}\}$ дефинисана је релација ρ на следећи начин:

$$a\rho b \Leftrightarrow (a \in Q \wedge b \in Q) \vee (a \in I \wedge b \in I)$$

(Q је скуп рационалних, а I скуп ирационалних бројева). Која од својстава: *рефлексивности, симетричности, транзитивности* има релација ρ на овом скупу?

- А) Ниједно. Б) Симетричност и транзитивност.
 В) Само симетричност. Г) Само транзитивност.
 Д) Сва три својства. Н) Не знам

11. Ако је $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x-1$ и $g\left(\frac{x-1}{2}\right) = x+1$, онда је $f^{-1} \circ g\left(\frac{1}{2}\right)$ једнако

- А) 4. Б) $\frac{5}{2}$. В) 2. Г) $-\frac{1}{2}$. Д) 5. Н) Не знам

12. Дате су функције $f, g, h : R \rightarrow R$ на следећи начин:

$$f(x) = x - 1, \quad g(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}, \quad h(x) = |x|.$$

Тада је $f \circ g \circ h(x)$ једнако

- А) $\frac{1}{x^2 + x + 1} - 1$. Б) $\left| \frac{1}{x^2 + x + 1} - 1 \right|$. В) $\frac{1}{x^2 + |x| + 1} - 1$.
 Г) $\frac{1}{(x-1)^2 + |x-1| + 1}$. Д) $\frac{1}{(|x|-1)^2 + |x|}$. Н) Не знам

13. Функције $f : R \rightarrow R$ и $g : R \rightarrow R$ дате су са:

$$f(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -1 \\ |x|, & -1 < x < 1 \\ x+1, & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{и} \quad g(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -2x, & x > 0 \end{cases}.$$

Тада је $f \circ g \circ f \circ g\left(\frac{1}{2}\right)$ једнако

- А) -1. Б) 1. В) 0. Г) -2. Д) 5. Н) Не знам

14. Дата је функција $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$, $f(x) = -x^2$. Који је исказ тачан?

- А) Функција f је бијекција и њена инверзна функција $f^{-1} : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ дата је са $f^{-1}(x) = -\frac{1}{x^2}$.
 Б) Функција f је бијекција и њена инверзна функција $f^{-1} : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ дата је са $f^{-1}(x) = \sqrt{-x}$.

В) Функција f је бијекција и њена инверзна функција $f^{-1} : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ дата је са $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{-x}}$.

Г) Функција f је бијекција и њена инверзна функција $f^{-1} : (-\infty, 0) \rightarrow (-\infty, 0)$ дата је са $f^{-1}(x) = -\sqrt{-x}$.

Д) Функција f није бијекција и нема инверзну функцију.

Н) Не знам

15. Низ функција $f_n : R \setminus \{0\} \rightarrow R$, $n \in N$ дефинисан је на следећи начин:

$$f_1(x) = -x, \quad f_2(x) = \frac{1}{x}, \quad f_{n+2}(x) = f_{n+1}(f_n(x)), \quad n \in N.$$

Тада је $f_{2004}(2004)$ једнако:

А) 2004. **Б)** $\frac{1}{2004}$. **В)** $-\frac{1}{2004}$. **Г)** -2004. **Д)** $2004 - \frac{1}{2004}$. **Н)** Не знам

16. Број релација еквиваленције које се могу дефинисати на скупу који има 3 елемента је

А) 5. **Б)** 4. **В)** 3. **Г)** 2. **Д)** 1. **Н)** Не знам

17. Број рефлексивних релација које се могу дефинисати на скупу који има 4 елемента је

А) 1. **Б)** 64. **В)** 4096. **Г)** 512. **Д)** 16. **Н)** Не знам

18. Број пресечних тачака свих дијагонала унутар конвексног седмоугла код којег се никоје три и више дијагонала не секу у једној унутрашњој тачки тог седмоугла је једнак

А) 21. **Б)** 28. **В)** 35. **Г)** 42. **Д)** 45. **Н)** Не знам

19. Колико има петочифрених бројева чије су све цифре различите, а да се прва и последња цифра разликују за три?

А) 4032 **Б)** 336 **В)** 8736 **Г)** 6656 **Д)** 4368 **Н)** Не знам

20. У групи од 10 особа налазе се Нина и Аца. На колико начина се могу изабрати 4 особе, под условом да ако је изабрана Нина, мора бити изабран и Аца?

А) 154 **Б)** 68 **В)** 182 **Г)** 132 **Д)** 230 **Н)** Не знам

БРОЈЕВИ

1. Збир свих природних бројева који при дељењу са 7 дају количник једнак остатку је

А) 168. Б) 224. В) 147. Г) 350. Д) 336. Н) Не знам

2. Колико има природних бројева облика $\overline{68a77b}$ (a и b су цифре, не обавезно различите) који су дељиви са 99?

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) Више од 4 Н) Не знам

3. Колико има природних бројева мањих од 3000 чији је производ цифара једнак 210?

А) 6 Б) 12 В) 36 Г) 18 Д) 30 Н) Не знам.

4. Колико заједничких природних делилаца имају бројеви 11! и 6750?

А) 6 Б) 12 В) 24 Г) 90 Д) 360 Н) Не знам

5. Шестоцифрени број a има прву цифру 2. Ако цифру 2 преместимо на крај, онда добијамо број b који је три пута већи од броја a , тј. $b = 3a$. Збир цифара броја a је

А) 25. Б) 26. В) 27. Г) 32. Д) 36. Н) Не знам

6. Остатак који се добија при дељењу броја $358^{459} + 359^{458}$ са 7 је

А) 0. Б) 1. В) 2. Г) 4. Д) 5. Н) Не знам

7. Последње три цифре броја $2^{2009} - 2^{2007} + 2^{2004}$ су

А) 400. Б) 200. В) 600. Г) 800. Д) 202. Н) Не знам.

8. Природан број n није дељив бројем 5. Колики је остатак који се добије при дељењу броја n^4 бројем 5?

А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4 Н) Не знам

9. Број уређених парова целих бројева (x, y) који задовољавају једначину

$$x^2 + xy + y^2 = 1$$

је

А) 2. Б) 3. В) 4. Г) 5. Д) 6. Н) Не знам

10. Цифре x и y су различите и важи: $\overline{xx} \cdot \overline{yx} \cdot \overline{xyx} = \overline{xyxxyx}$. Разлика $y - x$ је једнака

А) -1 . Б) 8. В) -3 . Г) 7. Д) 5. Н) Не знам

11. Ако је n број нула којима се завршава $1993!$, онда је n једнако

А) 420. Б) 495. В) 450. Г) 440. Д) 409. Н) Не знам

12. Разломак $\frac{100!}{6^{100}}$ (после свих могућих скраћивања) записан је у облику $\frac{p}{q}$ при чему је $\text{nzd}(p, q) = 1$. Тада је q једнако

А) $2^{50} \cdot 3^{67}$. Б) $2^7 \cdot 3^{56}$. В) $2^7 \cdot 3^{55}$. Г) $2^3 \cdot 3^{52}$. Д) $2^4 \cdot 3^{53}$. Н) Не знам.

13. На 2004. децималном месту броја $\frac{1}{14}$ налази се цифра

А) 2. Б) 8. В) 7. Г) 5. Д) 1. Н) Не знам

14. Ако се број $a = 0,121212\cdots = 0,\overline{12}$ напише у облику $\frac{p}{q}$, $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$, $\text{nzd}(p, q) = 1$, онда је збир $p + q$ једнак

А) 10. Б) 37. В) 111. Г) 112. Д) 15. Н) Не знам

15. Ако је 3,6% броја x једнако $\frac{3 + 4,2 : 0,1}{\left(1 : 0,3 - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 0,3125}$, онда је x једнако

А) 4000. Б) 12000. В) $\frac{4000}{27}$. Г) $\frac{1600}{3}$. Д) 19200. Н) Не знам

16. Узастопна појефтињења од 10% и 20% еквивалентна су једнократном појефтињењу од

А) 28% Б) 15% В) 72% Г) 30% Д) 25% Н) Не знам.

17. Нека је $A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$. Тада је број A

А) природан. Б) цео, али није природан.
В) рационалан, али није цео. Г) ирационалан и мањи од 3.
Д) ирационалан и већи од 3. Н) Не знам

18. Дати су бројеви

$$a = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2002}}}, b = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2003}}}}, c = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2004}}}}}.$$

Тада је

А) $a < c < b$. Б) $b < a < c$. В) $c < a < b$.
Г) $b < c < a$. Д) $c < b < a$. Н) Не знам

19. Дате су реченице:

- (I) Збир два ирационална броја је увек ирационалан број.
 - (II) Производ два ирационална броја је увек ирационалан број.
 - (III) Збир рационалног и ирационалног броја је увек ирационалан број.
 - (IV) Производ рационалног и ирационалног броја је увек ирационалан број.
- Тачне реченице су

- А) само (III). Б) све. В) (II) и (IV).
 Д) ниједна. Д) (I), (II) и (IV). Н) Не знам

20. Ако је $|a - 2,35| < 0,05$ и $|b - 8,23| < 0,02$, онда вредност израза $\frac{b-3}{2a}$ припада интервалу

- А) $[1,08; 1,16]$. Б) $[2,2; 2,5]$. В) $[2,17; 2,27]$.
 Г) $[1,001; 1,07]$. Д) $[1,16; 1,19]$. Н) Не знам

РАЦИОНАЛНИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ

1. Број

$$(1 + 10)(1 + 10^2)(1 + 10^4)(1 + 10^8)(1 + 10^{16})$$

једнак је броју

- А) $\underbrace{11 \dots 1}_{16}$. Б) $\underbrace{11 \dots 1}_{32}$. В) $\underbrace{11 \dots 1}_{31}$.
 Г) $\underbrace{11 \dots 1}_{33}$. Д) $\underbrace{11 \dots 1}_{15}$. Н) Не знам

2. Ако је број $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ нула полинома $P(x) = x^4 + ax^2 + b$, тада је $a + b$ једнако

- А) -10 . Б) -9 . В) 11 . Г) 12 . Д) 4 . Н) Не знам

3. Збир коефицијената полинома

$$P(x) = (x - 1)(x - 10)(x - 100)(x - 1000) + 10000$$

је

- А) 1 . Б) 10 . В) 100 . Г) 1000 . Д) 10000 . Н) Не знам

4. Остатак при дељењу полинома $P(x) = 5x^{3786} - 6x^{727} + 5x^{43} - 8x^2 + 14$ полиномом $x^2 - 1$ је

- А) $-x + 11$. Б) $x - 11$. В) $11x - 1$. Г) 14 . Д) -1 . Н) Не знам

5. Остатак при дељењу полинома $P(x)$ са $x^2 + 7x + 10$ је $-2x + 3$. Тада је остатак при дељењу полинома $P(x)$ са $x + 5$ једнак

- А) -7 . Б) 13 . В) 0 . Г) 70 . Д) 67 . Н) Не знам

6. Вредност реалног параметра a , за коју је остатак при дељењу полинома

$P(x) = x^7 + ax^3 - x + 3$ полиномом $Q(x) = x^3 - 1$ једнак 1 , је

- А) 0 . Б) -2 . В) 2 . Г) 3 . Д) -6 . Н) Не знам

7. Неки полином при дељењу са $x + 3$ даје остатак 6, а при дељењу са $x - 7$ даје остатак -2 . Остатак при дељењу тог полинома са $x^2 - 4x - 21$ је

- А) $4x + 4$. Б) $-8x + 36$. В) $-0,8x + 3,6$.
Г) $-0,8x - 4,8$. Д) $4x - 4,8$. Н) Не знам

8. Једначина $x^3 + ax + b = 0$ (a и b су реални бројеви) има решења $x_1 = -1$ и $x_2 = -2$. Производ свих решења ове једначине је

- А) 6. Б) -2 . В) -6 . Г) 2. Д) -4 . Н) Не знам

9. НЗД($x^5 - 5x^3 + 4x, 4x^4 - 8x^3 + 4x^2, 3x^3 - 6x^2 + 3x$) је полином

- А) $x^2 - 1$. Б) $3x^2(x - 1)^2$. В) $5x(x - 1)$.
Г) $2x(x - 1)(x - 2)$. Д) $x^2(x^2 - 1)^2$. Н) Не знам

10. Ако је $x + y + z = 3$, $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{27}{2}$, $x^3 + y^3 + z^3 = 27$, тада је xyz једнако

- А) $\frac{9}{4}$. Б) $-\frac{27}{4}$. В) -9 . Г) $-\frac{9}{4}$. Д) $\frac{27}{16}$. Н) Не знам

11. За свако реално x разломак $\frac{1 + x^2 + x^4}{1 + x + x^2}$ је једнак

- А) $1 + x - x^2$. Б) $1 - x + x^2$. В) $1 + x + x^2$. Г) $\frac{1 + x^2}{1 + x}$. Д) 1. Н) Не знам

12. Ако је $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$, тада је $a^3 + \frac{1}{a^3}$ једнако

- А) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$. Б) $3\sqrt{3}$. В) 0. Г) $7\sqrt{7}$. Д) $6\sqrt{3}$. Н) Не знам.

13. За $c \neq 0$, $c \neq 1$, $c + a \neq 0$, $a \neq \pm 1$, израз $\frac{a^2 - 1}{c^2 + ac} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{c}} - 1 \right)$.

$\frac{a - ac^3 - c^4 + c}{1 - a^2}$ идентички је једнак изразу

- А) $\frac{c^2 + c + 1}{c}$. Б) $\frac{c}{c^2 + c + 1}$. В) $\frac{c^2 - c + 1}{c}$.
Г) $-\frac{c^2 + c + 1}{c}$. Д) $\frac{c^3 - 1}{a + c}$. Н) Не знам

14. Ако је $a \neq \frac{1}{2}$, израз $\frac{a + 3}{2a - 1} - \frac{a^2 - 5}{4a^2 - 4a + 1} - \frac{2a^3 + 5a^2 - a - 1}{8a^3 - 12a^2 + 6a - 1}$ је идентички једнак изразу:

- А) $\frac{2a+1}{(2a-1)^2}$. Б) $\frac{7a^2-a-2}{(2a-1)^3}$. В) $\frac{2a^2-20a+11}{(2a-1)^3}$.
 Г) $\frac{1}{2a-1}$. Д) 1. Н) Не знам

15. Израз $\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{a}}} \cdot \frac{1}{b + \frac{1}{a}} - \frac{1}{b + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}} \cdot \frac{1}{a + \frac{1}{b}}$, за оне вредности променљивих

a и b за које је дефинисан, идентички је једнак изразу

- А) $ab+1$. Б) $a-b$. В) $\frac{ab+1}{ab}$. Г) 0. Д) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. Н) Не знам

16. Ако су A, B, C реалне константе такве да за све реалне бројеве x различите од 1 и -2 важи $\frac{x^2+5}{x^3-3x+2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-1}$, тада је $A+B+C$ једнако

- А) 2. Б) 3. В) 0. Г) -1 . Д) 1. Н) Не знам

17. Ако је $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$, тада

- А) a мора бити једнако c . Б) $a+b+c+d$ мора бити једнако нули.
 В) је $a=c$ или $a+b+c+d=0$. Г) $a+b+c+d \neq 0$ ако је $a=c$.
 Д) $a(b+c+d) = c(a+b+d)$. Н) Не знам

18. Изрази $a+bc$ и $(a+b)(a+c)$ су

- А) једнаки за све реалне бројеве a, b, c . Б) једнаки ако је $a+b+c=1$.
 В) различити за све реалне бројеве a, b, c . Г) једнаки ако је $a+b+c=0$.
 Д) једнаки ако и само ако је $a=b=c=0$. Н) Не знам

19. За позитивне реалне бројеве a, b, c важи једнакост $\frac{a^3+b^3}{a^3+c^3} = \frac{a+b}{a+c}$ ако и само ако

- А) $b=c$. Б) $a=b+c$. В) $b=c$ или $a=b+c$.
 Г) $b=c$ и $a=2c$. Д) $b=c$ и $a \neq c+b$. Н) Не знам

20. За произвољне позитивне реалне бројеве a, b, c , која од неједнакости (I), (II), (III) важи?

- (I) $(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$.
 (II) $a+b+c+1 \geq 4\sqrt[4]{abc}$.
 (III) $\left(\frac{1}{a} - 1 \right) \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \left(\frac{1}{c} - 1 \right) \geq 8$.

- А) Само (I) и (III). Б) Само (I) и (II). В) Све.
 Г) Само (II) и (III). Д) Само (I). Н) Не знам

ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

1. Решење једначине $\frac{2x-3}{3} - \frac{3x-4}{4} - \frac{4x-5}{5} + \frac{5x-6}{6} = -2$ припада интервалу

А) $(-20, -10)$. Б) $(20, 30)$. В) $(0, 20)$. Г) $(35, 45)$. Д) $(-5, 5)$. Н Не знам

2. Збир свих решења једначине $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{x-3+\sqrt{x-3}} = 0$ је

А) 15. Б) 13. В) 12. Г) 9. Д) 10. Н) Не знам

3. Дата је једначина $(k^2 - 1)x + k - 1 = 0$ (k је реалан број) и искази:

- (I) За $k = 1$, једначина има бесконачно много решења.
- (II) За $k \neq -1$, дата једначина има више од једног решења.
- (III) За $k \notin \{-1, 1\}$, дата једначина има јединствено решење.

Тачни искази су

А) само (I) и (III). Б) само (I) и (II). В) сви искази.
Г) само (II). Д) само (I). Н) Не знам

4. Дата је једначина $ax + b = \frac{b^2}{a}x + a$, $a, b \in \mathbf{R}$. Тачан је исказ

- А) За свако $a \neq 0$ једначина има јединствено решење.
- Б) Ако је $a = b$, једначина има бесконачно много решења.
- В) Ако је $a \neq 0$ и $a + b \neq 0$, једначина има јединствено решење.
- Г) Ако је $a + b = 0$, једначина нема решења.
- Д) Ако је $a = -b \neq 0$, једначина има бесконачно много решења.
- Н) Не знам

5. Дата је једначина по x , $\frac{a}{x-b} + \frac{a}{x+b} = \frac{2b}{x^2 - b^2}$, у којој су a, b реални параметри и искази:

- (I) Ако је $a = 0$ и $b = 0$, решење дате једначине је сваки реалан број.
- (II) Ако је $a = 0$ и $b \neq 0$, једначина нема решења.
- (III) Ако је $a \neq 0$ и $b \in \mathbf{R}$, једначина има јединствено решење $x = \frac{b}{a}$.

Тачни искази су

А) само (I) и (III). Б) само (I) и (II). В) сви искази.
Г) само (II). Д) само (I). Н) Не знам

6. Производ свих решења једначине $||3 - x| - x + 1| + x = 6$ је

А) 8. Б) $-\frac{80}{3}$. В) $-\frac{40}{3}$. Г) $-\frac{20}{3}$. Д) -8 . Н) Не знам

7. Једначина $||x| - 3| = a$, $a \in \mathbf{R}$, има максималан број различитих реалних решења ако и само ако a припада интервалу

А) $[0, 3)$. **Б)** $(0, 3]$. **В)** $(-\infty, 0)$. **Г)** $(3, +\infty)$. **Д)** $(0, 3)$. **Н)** Не знам

8. Скуп свих решења неједначине $\frac{2x-3}{x} < \frac{3-2x}{x(x+1)}$ је

А) $(-2, -1)$. **Б)** $(-2, -1) \cup (0, \frac{3}{2})$. **В)** $(-2, 0)$.
Г) $(-1, 0)$. **Д)** $(-\infty, -2) \cup (-1, 0)$. **Н)** Не знам

9. Дат је систем неједначина (по x)

$$a(a-1)x \geq a-1$$

$$a(a+1)x \geq a+1$$

(a је реалан број) и искази:

- (I) За $a < -1$, скуп решења овог система је $(-\infty, \frac{1}{a}]$.
(II) За $0 < |a| < 1$, систем има јединствено решење $x = \frac{1}{a}$.
(III) За $a = -1$, скуп решења овог система је $(-1, +\infty)$.

Тачни искази су

А) само (I) и (III). **Б)** само (II) и (III). **В)** сви искази.
Г) само (II). **Д)** само (I). **Н)** Не знам

10. Скуп свих решења неједначине $2x + |x-1| < 2$ у скупу реалних бројева је

А) $(-\infty, 1]$. **Б)** $(-\infty, +\infty)$. **В)** $(-\infty, 1)$.
Г) празан скуп. **Д)** $[0, 1)$. **Н)** Не знам

11. Ако је тројка (x, y, z) решење система једначина:

$$\frac{1}{2y+z-2} - \frac{3}{x+z-5} + \frac{1}{x+2y+2} = -1$$

$$\frac{2}{2y+z-2} - \frac{5}{x+z-5} - \frac{3}{x+2y+2} = -6$$

$$\frac{5}{2y+z-2} + \frac{2}{x+z-5} - \frac{1}{x+2y+2} = 6,$$

тада је $x - y + z$ једнако

А) 3. **Б)** 4. **В)** 5. **Г)** 1. **Д)** 7. **Н)** Не знам

12. Систем $x + 3y = 1$, $2x - ay = 10$, $3x + ay = 5$ има решења, ако је a једнако

А) -6. **Б)** 9. **В)** 5. **Г)** 6. **Д)** 7. **Н)** Не знам.

13. Дат је систем једначина (по x, y, z)

$$x + y + 2z = 1$$

$$x + y + az = 1$$

$$ax + by + az = 1$$

у коме су a, b реални параметри и искази:

(I) Ако је $a \neq b$ и $b \neq 2$, систем има јединствено решење.

(II) Ако је $a = 2$ и $b \neq 2$, систем има бесконачно много решења.

(III) Ако је $a = b$, $b = 1$ и $a \neq 2$, систем нема решења.

Тачни искази су

А) само (I) и (III). Б) само (I) и (II). В) сви искази.

Г) само (II) и (III). Д) само (I). Н) Не знам

14. Скуп свих вредности реалног параметра a таквих да за решење (x, y) система једначина

$$x + y = 1$$

$$-x + (a + 1)y = a$$

важи $x + 2y < 0$ је

А) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Б) $(-2, -1)$. В) $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Г) $\emptyset$. Д) $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$. Н) Не знам

15. Вредности параметра a , за које је сваки реалан број x решење неједначине $|3x - 7| - \frac{6a + 5}{3 - 3a} \geq 1$ припадају

А) $(-\infty, -\frac{8}{3}] \cup (1, +\infty)$. Б) $(-\infty, -\frac{5}{6}] \cup (1, +\infty)$. В) $(-\frac{8}{3}, 1]$.

Г) $(-\frac{5}{6}, 1]$. Д) $[-\frac{7}{3}, \frac{7}{3}]$. Н) Не знам

16. Права садржи тачку $A(8, 15)$ и сече праву $y = 7x + 9$ у тачки B под правим углом. Збир координата тачке B је

А) 9. Б) 17. В) $\frac{1}{2}$. Г) -7. Д) 0. Н) Не знам

17. Колико има парова (x, y) са целобројним координатама који задовољавају услов $||x| - 1| + ||y| - 1| \leq 1$?

А) 5 Б) 16 В) 12 Г) 4 Д) 20 Н) Не знам

18. Област D у координатној равни садржи тачке чије координате задовољавају неједнакости

$$3x - 2y - 6 \leq 0, x + y - 7 \leq 0, 5x - 3y + 13 \geq 0, x + 4y - 2 \geq 0.$$

Површина области D је

А) 19. Б) 24. В) 12. Г) 29. Д) $\sqrt{370}$. Н) Не знам

19. Функција $f : R \rightarrow R$ дата је са

$$f(x) = \begin{cases} -|x|, & x < 1 \\ -x + 1, & 1 \leq x \leq 2 \\ -x + 2, & 2 < x \end{cases}$$

Колико међу следећим подскуповима домена ове функције

$\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$, $[0, 1)$, $[0, 1]$, $[1, +\infty)$, $[2, +\infty)$, $(2, +\infty)$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{-1, 4, 5, 6\}$

има оних на којима је функција f опадајућа?

А) 2 Б) 3 В) 5 Г) 4 Д) 8 Н) Не знам

20. Функција $f : R \rightarrow R$ дата је са

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < -1 \\ -x - 2, & -1 \leq x < 0 \\ 2x - 2, & 0 \leq x < 1 \\ 2x - 4, & 1 \leq x \end{cases}$$

График функције $g : R \rightarrow R$ дате са $g(x) = |f(|x - 2|)| + 1$, $x \in R$ је:

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying the upper half of the page. It appears to be a placeholder for a figure or image.

grafici1.eps

СТЕПЕНОВАЊЕ И КОРЕНОВАЊЕ

1. За произвољне реалне бројеве x и y и произвољан природан број n које од следећих еквиваленција важе:

(I) $x > y \Leftrightarrow x^n > y^n$;

(II) $y = x \Leftrightarrow y^n = x^n$;

(III) $y = \sqrt[n]{x} \Leftrightarrow y^n = x$?

А) Само (I) и (III). Б) Само (I) и (II). В) Све.

Г) Само (II) и (III). Д) Ниједна. Н) Не знам

2. Број $\sqrt[7]{2^5 \sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$ једнак је броју

А) $^{105}\sqrt{2^2}$. Б) $^{70}\sqrt{2^{13}}$. В) $\sqrt[4]{2}$. Г) $^{15}\sqrt{2^4}$. Д) $^{210}\sqrt{2}$. Н) Не знам

3. Број $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ једнак је броју

А) $-4\sqrt{2}$. Б) $2(1-2\sqrt{2})$. В) 2. Г) $2\sqrt{2}$. Д) -2 . Н) Не знам

4. Број $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ једнак је броју

А) $\sqrt{5}$. Б) $\sqrt[3]{7}$. В) 2. Г) $\sqrt[6]{2}$. Д) 1. Н) Не знам

5. Број $\frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}$ једнак је броју

А) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})^2$. Б) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$. В) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$.

Г) $\frac{1}{\sqrt[3]{13}}$. Д) $\sqrt[3]{6}$. Н) Не знам

6. Ако је $a = (0,5^{-0,5} + 0,5^{0,5})^{0,5}$ и $b = 1,000001^{0,999999} \cdot 0,999999^{1,000001}$, тада је

А) $a < 1 < b$. Б) $a < b < 1$. В) $b < 1 < a$.

Г) $1 < a < b$. Д) $1 < b < a$. Н) Не знам

7. Ако је $a = (1 + \sqrt{2})^{-1}$ и $b = (1 - \sqrt{2})^{-1}$, онда је вредност израза

$$(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$$

једнака

А) $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$. Б) $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$. В) $2\sqrt{2}$. Г) 1. Д) 0. Н) Не знам

8. Вредност израза

$$\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{(a^2 - ab)^{\frac{2}{3}}} : \frac{a^{-\frac{2}{3}} \sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}$$

за $a = 1, 2$ и $b = \frac{3}{5}$ је

- А) $-0,5$. Б) 7 . В) $2,52$. Г) $0,84$. Д) $7,56$. Н) Не знам

9. Ако је $a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$, тада је збир $a_1 + a_2 + \dots + a_{99}$ једнак

- А) $\frac{1}{10}$. Б) $\frac{1}{\sqrt{99}}$. В) $1 - \frac{1}{\sqrt{99}}$. Г) 1 . Д) $\frac{9}{10}$. Н) Не знам

10. Ако је $x > 0$ и $y > 0$, израз $\frac{1}{\sqrt{x+y} + \sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x+y} - \sqrt{x} - \sqrt{y}}$ је једнак изразу

- А) $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{xy}}$. Б) $-\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$. В) $-\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x+y}}$.
Г) $-\frac{1}{2\sqrt{xy}}$. Д) $2\sqrt{x+y}$. Н) Не знам

11. Израз $\frac{1+x^{0,5}}{1+x^{0,5}+x} : \frac{1}{x^{1,5}-1}$ за свако $x \geq 0$ и $x \neq 1$ је једнак

- А) $x+1$. Б) $x-1$. В) $\sqrt{x}-1$. Г) $\sqrt{x-1}$. Д) $\sqrt{x+1}$. Н) Не знам

12. Ако је a реалан број различит од нуле, тада је $\frac{a^{-1}}{\sqrt{1+a^{-2}}}\sqrt{1+a^2}$ једнако

- А) $\frac{1}{a}$. Б) $\frac{|a|}{a}$. В) $|a|$. Г) $a|a|$. Д) 1 . Н) Не знам

13. За произвољне позитивне рационалне бројеве p и q такве да је $pq > 1$, израз

$$\frac{\left(p^2 - \frac{1}{q^2}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2 - \frac{1}{p^2}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^{p-q}}$$

једнак је

- А) $\frac{p}{q}$. Б) 1 . В) $\left(\frac{p}{q}\right)^{p+q} (pq-1)^{2p-2q}$.
Г) $\left(\frac{q}{p}\right)^{q-p}$. Д) $\left(\frac{p}{q}\right)^{p+q}$. Н) Не знам

14. Нека је $A = \frac{(1+x)^{\frac{1}{2}} + (1-x)^{\frac{1}{2}}}{(1+x)^{\frac{1}{2}} - (1-x)^{\frac{1}{2}}}$. Вредност израза A за $x = \frac{2a}{a^2+1}$, при чему је $0 < a < 1$, је

- А) $\frac{1}{a}$ Б) a В) $-a$ Г) 1 Д) $-\frac{1}{a}$ Н) Не знам

15. Нека је $A = \sqrt{\sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} + \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}} - 2$. Вредност израза А за $x = \frac{a^3 + 1}{a^3 - 1}$, при чему је $0 < a < 1$, је

- А) $\frac{1-a}{\sqrt[3]{a}}$ Б) $\frac{1-a}{\sqrt{a}}$ В) $\frac{a-1}{\sqrt{a}}$ Г) 1 Д) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ Н) Не знам

16. Једначина $\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}} = 2$

- А) има тачно једно решење. Б) има тачно два решења.
В) има тачно три решења. Г) има бесконачно много решења.
Д) нема решења. Н) Не знам

17. Ако је $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2 y^4}} = 8$, тада је $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$ једнако

- А) 2 Б) 4 В) $2\sqrt{2}$ Г) $\sqrt[3]{4}$ Д) 64 Н) Не знам

18. Дате су функције: $f_1(x) = (x-1)^2$, $f_2(x) = |x-1|^2$, $f_3(x) = |x-1|\sqrt{x^2-2x+1}$, $f_4(x) = (x-1)\sqrt{(x-1)^2}$. Које тврђење је тачно?

- А) Све дате функције су једнаке. Б) $f_1 = f_2 = f_3 \neq f_4$.
В) Све дате функције су међусобно различите. Г) $f_1 = f_2 \neq f_3$, $f_4 \neq f_1$.
Д) $f_1 = f_2 \neq f_3 = f_4$. Н) Не знам

19. Ако је $b > 2$, тада је израз

$$\frac{b^2 - 3b - (b-1)\sqrt{b^2-4} + 2}{b^2 + 3b - (b+1)\sqrt{b^2-4} + 2} \sqrt{\frac{b+2}{b-2}}$$

идентички једнак изразу

- А) $\frac{b-1}{b+1}$ Б) $\frac{b-2}{b+2}$ В) $\frac{1-b}{1+b}$ Г) $\frac{2-b}{2+b}$ Д) b Н) Не знам

20. Ако је $ax^3 = by^3 = cz^3$ и $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ (x, y, z, a, b, c реални бројеви,

$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} \neq 0$), тада је израз $\frac{\sqrt[3]{ax^2 + by^2 + cz^2}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}}$ једнак

- А) $\frac{\sqrt[3]{9(a^3 + b^3 + c^3)}}{a + b + c}$ Б) $\sqrt[3]{\frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2}}$
В) $1 + \sqrt[3]{a-b} + \sqrt[3]{b-c} + \sqrt[3]{c-a}$ Г) 1
Д) $\frac{a + b + c}{3\sqrt[3]{abc}}$ Н) Не знам